Wissenschaftliche Beilage zu dem Jahresbericht des Real-Gymnasiums und der Lateinlosen höheren Bürgerschule zu St. Petri und Pauli in Danzig Ostern 1892.

Über neuere magnetische Forschungen

von

Heinrich Evers,
Realgymnasiallehrer.

Danzig.
Druck von A. W. Kafemann.
—
1892.

1892. Programm No. 44.

Über neuere magnetische Forschungen.

Dem gewaltigen Fortschritt der physikalischen Wissenschaft in unserem Jahrhundert geht eine gleich grossartige Entwickelung der Technik parallel. Als mächtige Ströme rollen beide dahin, einem Ziele, der Herrschaft des menschlichen Geistes über die Natur, zustrebend. Doch bilden sie nicht von einander gesonderte Stromsysteme, sondern eine Legion von Kanälen verbindet sie in allen Richtungen, so dass in dem Gewirre dieser sich durchkreuzenden Verbindungen vielfach der Ursprung der Stromadern nicht zu erkennen ist. Oft zweigt sich von dem einen eine Ader ab, die zum andern hinüberführt, mit diesem vereint dahinfliesst und dann eine Strecke stromabwärts durch andere Kanäle wieder dem Heimatstrom zueilt, geläutert und gekräftigt durch die Mischung mit der anderen Strömung. Eine solche Stromader ist die Lehre vom Magnetismus.

Die wichtigsten magnetischen Untersuchungen der neueren Zeit haben von den praktischen Anforderungen der Technik ihren Ursprung genommen, dann hat sich die reine Wissenschaft ihrer bemächtigt, und die durch diese geklärten und vervollständigten Ideen haben dann wieder in fruchtbringender Weise auf die Technik zurückgewirkt. So war es der Bau eiserner Schiffe, welcher, wegen der ungeheuren praktischen Wichtigkeit des Einflusses des Schiffsmagnetismus auf die Kompassnadel, der wissenschaftlichen Forschung einen mächtigen Antrieb und einer Reihe wertvoller Arbeiten, von denen die von Sir William Thomson an der Spitze stehen, ihren Ursprung gab. So ist es im letzten Jahrzehnt, das für die Entwickelung der magnetischen Kenntnis fruchtbringender gewesen ist, als irgend eine Zeit vorher, der Bau der Dynamomaschinen und Transformatoren gewesen, welcher zunächst in direktem Zusammenhange mit ihm stehende, dann in sich erweiterndem Kreise mehr und mehr rein wissenschaftliche Untersuchungen über die magnetischen Eigenschaften des Eisens und der verwandten Metalle veranlasst hat. Von den Männern, welche in diesem Zeitraum die Lehre vom Magnetismus ausgebaut haben, sind unter vielen Anderen zu nennen Warburg, Hopkinson, Lord Rayleigh, Ewing, Shelford Bidwell, Tomlinson, du Bois. Ihre Arbeiten über grössere oder geringere Partieen dieses Gegenstandes finden sich über die verschiedensten wissenschaftlichen Zeitschriften verstreut. Eine zusammenfassende Darstellung unserer Kenntnis der magnetischen Eigenschaften der Körper hat Ewing gegeben, der zunächst in einer Reihe von Artikeln in Band 24—27 der Zeitschrift „The Electrician, London", dann in einem ganz vor kurzem erschienenen Werk[1]) in klarer, präciser Sprache alle wesentlichen Untersuchungsmethoden und die damit gewonnenen Thatsachen, an deren Gewinnung er einen so hervorragenden Anteil genommen, schildert.

Der Erringung so grosser wissenschaftlicher Erfolge musste natürlich eine klare Erkenntnis der Grundbegriffe und eine scharfe Präcisirung der zu erforschenden Grössen vorangehen, wie es im Anschluss an die Faraday'schen Ideen namentlich durch die scharfsinnigen Arbeiten von Sir William Thomson und James Clerk-Maxwell geschehen ist. Diesem natürlichen Entwickelungsgange der Wissenschaft folgend, will ich meine Darstellung, die ihren Zweck erfüllt hat, wenn sie zu der

[1]) Ewing, magnetic induction in iron and other metals, London 1892. Diesem nicht genug zu empfehlenden Buche verdanke ich für meine Darstellung ausserordentlich viel.

Verbreitung der errungenen Kenntnis des Magnetismus einen bescheidenen Beitrag liefert, mit einer kurzen Entwickelung der Grundbegriffe beginnen.

Schon seit langer Zeit ist die Thatsache bekannt, dass die magnetische Wirkung eines Stabmagneten nicht gleichmässig über die ganze Länge desselben verteilt ist, sondern dass sie sich hauptsächlich auf seine Endpartieen concentriert; man bezeichnet dieselben als die Pole des Magneten. Genauer versteht man unter Polen die Angriffspunkte der Resultierenden der von einem gleichförmigen magnetischen Felde einerseits auf die positiven oder nordmagnetischen, andererseits auf die negativen oder südmagnetischen Massen ausgeübten Kräfte[1]) (die Pole sind also hiernach das magnetische Analogon des mechanischen Schwerpunkts). Magnetische Axe nennt man die Verbindungslinie der Pole, als positive Richtung derselben bezeichnet man die Richtung vom Süd- zum Nordpol. Sei m der absolute Wert der magnetischen Masse jedes Pols und l der Polabstand, so wird ml als magnetisches Moment des Magneten bezeichnet. Diese Grösse ist gleich dem Drehungsmoment des Kräftepaars, das ein gleichförmiges Feld von der Stärke Eins auf den mit seiner Axe senkrecht zur Feldrichtung gestellten Magneten ausübt. Auf Grund bekannter experimenteller Tatsachen nehmen nun die bestfundirten Theorien an, dass die kleinsten Teile eines magnetischen Körpers vollständige Magneten sind. Sei m der absolute Wert der Polmasse eines solchen unendlich kleinen Magneten und dl der Polabstand, also m dl sein magnetisches Moment, so bezeichnet[2]) man nun als Magnetisierungsintensität J in dem Punkte den Quotienten des magnetischen Moments des Volumen-Elements durch das Volumen dv des Elements, also

$$J = \frac{m\,dl}{dv}$$

Mit anderen Worten, die Magnetisierungsintensität oder kurz Magnetisierung ist gleich dem Wert des magnetischen Moments für die Volumeneinheit. Sie ist eine Vectorgrösse, denn sie ist durch ihren numerischen Wert und durch ihre Richtung, nämlich die der magnetischen Axe des Volumen-Elements, vollständig definirt, kann also durch eine Gerade von bestimmter Länge und Richtung dargestellt werden.

Ist im besonderen die Magnetisierungsintensität in der ganzen Ausdehnung des Magnets der Grösse und Richtung nach constant, so heisst derselbe gleichförmig magnetisiert. Für einen solchen Magneten gilt im Ganzen, was sonst nur für die Volumenelemente gilt, dass sein magnetisches Moment gleich dem Volumen mal der Magnetisierungsintensität ist.[3]) Die Endflächen sind die Polflächen, auf denen wir uns den freien, nach aussen wirksamen Magnetismus gleichförmig verteilt zu denken haben. Nennen wir m die Polstärke, l die Länge, s den Querschnitt des Magneten, so ist das magnetische Moment desselben ml, die Magnetisierungsintensität also, da das Volumen sl ist,

$$J = \frac{ml}{sl} = \frac{m}{s}$$

Wir können also hiernach J auch als Polstärke für die Einheit des Querschnittes definieren.

Da im absoluten magnetischen Maass-System, worin alle Grössen durch eine Länge L, eine Masse M und eine Zeit T ausgedrückt werden, die Dimensionen der magnetischen Masse $\left(L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}\right)$ sind[4]), so sind die des Moments $\left(L^{\frac{5}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}\right)$, also die der Magnetisierung $\left(L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}\right)$.

---

[1]) Mascart und Joubert, Lehrbuch der Electricität und des Magnetismus, deutsch von Levy, Berlin 1887. § 295.

[2]) Mascart und Joubert, loc. cit. § 318.

[3]) Loc. cit. § 320.

[4]) Loc. cit. § 609.

Ein Magnet übt nun in dem ihn umgebenden Raume Kräfte aus, welche von seiner Magnetisierung abhängen. In jedem Punkt dieses Raumes, des magnetischen Feldes, hat die Kraft eine bestimmte Richtung und Grösse, wodurch sie als Vectorgrösse vollkommen definirt ist. Als magnetische Kraft oder Feldstärke für einen Punkt bezeichnen wir die auf einen in dem Punkt befindlich gedachten isolierten Einheits-Nordpol wirkende Kraft. Da die magnetische Kraft gleich einer mechanischen Kraft, deren Dimensionen $\left(LMT^{-2}\right)$, dividiert durch eine magnetische Masse ist, so sind ihre Dimensionen $\left(L^{-\frac{1}{2}}\, M^{\frac{1}{2}}\, T^{-1}\right)$, also dieselben wie die der Magnetisierungsintensität.

Ein gleichförmiges magnetisches Feld nennen wir ein solches, in dem die Kraft überall gleiche Grösse und Richtung hat.

Nehmen wir an, dass der gedachte Einheitspol frei beweglich sei, so wird er sich immer in der Richtung der in dem Punkt, in welchem er sich befindet, herrschenden Kraft bewegen; seine Bahn, deren tangentiale Richtung also in allen Punkten die Richtung der Kraft angiebt, nennen wir eine magnetische Kraftlinie. Als positive Richtung der Kraftlinien bezeichnen wir die, in welcher sich der angenommene freie Einheits-Nordpol im magnetischen Felde bewegen würde. Die magnetischen Kraftlinien eines geraden Magnetstabes zeigt Fig. 1, und zwar sind sie darin durch die ausgezogenen Linien dargestellt, während die punktierten ihre idealen Fortsetzungen im Innern, die bald zu behandelnden Inductionslinien, durch welche sie vollständig geschlossen werden, bedeuten. Legen wir irgend eine Fläche so, dass sie die Kraftlinien des Magneten schneidet, und multiplicieren für jeden Punkt derselben die Normalcomponente der Kraft f_n mit dem Oberflächenelement d S, so erhalten wir als Summe aller dieser Produkte, also $\int f_n \, dS$, eine Grösse, welche wir mit Mascart und Joubert[1]) als Kraftströmung durch die Fläche bezeichnen. Insbesondere ist die gesammte von einer freien magnetischen Masse m ausgehende Kraftströmung gleich $4\pi m$.[2]) Nehmen wir ferner eine Röhre, die durch continuirlich aufeinanderfolgende Kraftlinien begrenzt wird, eine sog. Kraftröhre, so ist für jeden Querschnitt derselben die Kraftströmung constant.[3]) Ist der Querschnitt der Kraftröhre sehr klein, so ist demgemäss die Grösse der Kraft an irgend einer Stelle der Röhre dem Querschnitt der letzteren umgekehrt proportional. Denken wir uns nun das ganze Kraftfeld in solche schmale Kraftröhren zerlegt, für deren jede einzelne die Kraftströmung gleich der Einheit ist, so ist die Kraftströmung durch eine Fläche gleich der Anzahl der sie durchsetzenden Einheits-Kraftröhren. Sei endlich jede dieser Einheits-Kraftröhren durch ihre Axe ersetzt, so giebt die Anzahl dieser Axen, welche wir nun nach Faraday'schem Ausdruck als Kraftlinienzahl bezeichnen, uns die Kraftströmung durch die Fläche. Die Grösse der in einem Punkt des Feldes herrschenden Kraft wird dann durch die Kraftlinienzahl, welche die Flächeneinheit der zur Kraft senkrechten Fläche, also einer magnetischen Niveaufläche, durchsetzen, angegeben.[4]) In den Teilen des Feldes, in welchen die Kraft einen grösseren Wert hat, verlaufen die Kraftlinien also gedrängter als in den Regionen mit geringeren Kraftwerten. In Fig. 1 ziehen sich die Kraftlinien nach dem Magnet hin zusammen: die Kraft nimmt, wie bekannt, in dieser Richtung zu; in ihren inneren Fortsetzungen gehen sie dann dicht gedrängt durch das Eisen, dort ist also die Kraft oder vielmehr ihr Analogon für das innere Feld, die Induction, noch grösser, als aussen in der Nähe des Magneten.

---

[1]) Loc. cit. § 28.

[2]) Loc. cit. § 29.

[3]) Loc. cit. § 35.

[4]) Eine lichtvolle elementare Darstellung des Gegenstandes finden wir in Fleming, the alternate current transformer, I. Theil: The induction of electric currents, London 1890, Kap. II. § 2 und 3.

Um uns die Bedeutung des Begriffes der Induction zu vergegenwärtigen, denken wir uns einen gleichförmig magnetisirten Magnetstab ringförmig so gebogen, dass seine Endpolflächen sich berühren. Die magnetische Polarität ist dann verschwunden, damit jede äussere magnetische Wirkung, und der Begriff des magnetischen Moments des Stabes hat seine Bedeutung verloren. Dabei bleibt der Ring aber immer noch magnetisch, und seine Magnetisierungsintensität hat dieselbe Bedeutung wie vorher: sie ist das magnetische Moment für die Volumeneinheit. Denken wir uns, es sei ein schmaler Quer-Schlitz (Fig. 2) aus dem Ringe ausgeschnitten, so würden wir auf der einen Seite desselben einen Nordpol, auf der anderen Seite einen Südpol finden, und zwar würde die Polstärke nach dem Vorhergesagten, wenn J die Magnetisierung, s den Querschnitt bedeutet, gleich J s sein. Die Kraftströmung oder die den Schlitz durchsetzende Kraftlinienzahl würde aber nach dem Früheren gleich 4π J s sein, also die magnetische Kraft in dem Schlitz, welche ja gleich der Kraftströmung dividirt durch die durchströmte Fläche s ist, wäre $4 \pi J$. Dieselbe würde aber einzig und allein von dem Magnetismus des Ringes herrühren. Dieselbe Kraftströmung $4 \pi J s$ oder dieselbe Zahl von Kraftlinien, welche durch den Schlitz gehen, müssen wir nun als continuirlich den Ring durchsetzend ansehen, denn an welcher Stelle desselben wir uns auch den Schlitz gemacht denken, überall finden wir dieselbe Kraftlinienzahl $4 \pi J s$ durch denselben wieder vor. In Fig. 2 stellen die ausgezogenen Teile der Kurven die Kraftlinien im Schlitz, die punktierten Teile ihre Fortsetzungen durch das Metall dar. Wir nennen diese Linien Magnetisierungslinien.[1]) Zu diesen nur von der Thatsache der Magnetisierung des Ringes herrührenden inneren Linien können nun noch die von einem äusseren Felde, das durch Magnete oder Ströme erzeugt sein kann, hervorgebrachten Kraftlinien hinzukommen.

Denken wir uns jetzt den gleichförmig magnetisierten Ring wieder zu einem geraden Magnetstabe ausgestreckt, so würde auch jetzt in einem irgendwo angebrachten schmalen Schlitz die aus der stetigen Magnetisierung des Stabes sich ergebende Kraftströmung gleich $4 \pi J s$, also für die Flächeneinheit des Querschnittes $4 \pi J$ sein. Das magnetische Feld in dem imaginären Schlitz würde also auch hier aus diesen Magnetisierungslinien und den von äusseren Magneten oder Strömen herrührenden Kraftlinien zusammengesetzt sein. Hier würden nun auch die Pole des Stabes wieder zur Geltung kommen, und von ihnen würde auch eine Anzahl von Kraftlinien ausgehen, welche an der Constituierung des inneren Feldes ihren Anteil hätten.

Für das Innere des Magneten setzen sich also die Magnetisierungslinien $4 \pi J$ und die Kraftlinien H (für das Quadratcentimeter) zu einer Resultierenden zusammen, die wir mit B bezeichnen und als Inductionslinienzahl pro Quadratcentimeter oder kürzer als Induction bezeichnen. Allgemein gilt die Beziehung

$$B = H + 4 \pi J$$

als Vectorgleichung, doch gilt sie für die wesentlichsten Fälle auch im algebraischen Sinne. Da H und J beide die Dimensionen $\left(L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}\right)$ haben, so ist dies auch der Dimensionalausdruck für die Induction B. Nennen wir ferner $\varkappa$ das Verhältniss der Magnetisierung J zur magnetisierenden Kraft H, also

$$\varkappa = \frac{J}{H},$$

sodass $\varkappa$ eine Grösse von der Dimension 1 ist, so wird

$$B = H (1 + 4 \pi \varkappa) = \mu H$$

Die Zahl μ, welche angiebt, wievielmal mehr Linien durch das Eisen oder einen anderen der paramagnetischen Körper gehen, als durch Luft, welche denselben Raum ausfüllt, hat natürlich wie

---

[1]) Ewing, loc. cit. § 10.

$\varkappa$ die Dimension 1. Sie ist durchaus keine Constante, ebenso wenig wie $\varkappa$, sondern hängt von der Grösse von B, wie später noch eingehender betrachtet wird, ab. Wir wollen μ mit möglichst kurzem Ausdruck als Permeabilität, $\varkappa$ als Susceptibilität des Körpers bezeichnen.[1]) Beide sind durch die Gleichung

$$\mu = 4 \pi \varkappa + 1$$

oder

$$\varkappa = \frac{\mu - 1}{4 \pi}$$

verbunden. Ist $\varkappa$, wie es bei den ferromagnetischen Metallen immer der Fall ist, eine beträchtliche Grösse, so können mit grosser Annäherung μ und $\varkappa$, also auch die Induction B und die Magnetisierung J als proportional angesehen werden.

Von grosser Bedeutung sind nun natürlich die Methoden zur Bestimmung der Magnetisierung J und der Induction B für gegebene magnetisierende Kräfte H, daraus dann auch der Susceptibilität $\varkappa$ und der Permeabilität μ. Es ist nur nötig, eine dieser Grössen direct durch Messung zu bestimmen, die übrigen sind ja dann nach dem zuletzt angeführten System von Gleichungen dadurch bestimmt. Zwei Hauptmethoden sind zu unterscheiden: die magnetometrische zur directen Bestimmung von J und die ballistische zur Bestimmung von B.

Bei der ersten machen wir Anwendung von dem bekannten Coulombschen Gesetz; wir untersuchen hierbei die Wirkung eines freien Pols auf ein in der Nähe aufgestelltes Magnetometer, dessen wesentlichsten Teil ein drehbarer Magnet bildet. Aus der Ablenkung des letzteren erhalten wir mit Benutzung des Coulombschen Gesetzes die Polstärke des ersteren, folglich für einen gleichförmigen Magnetstab die Magnetisierungsintensität, indem wir die berechnete Polstärke durch den Querschnitt s des Stabes dividieren. Um eine gleichförmige Magnetisierung des zu untersuchenden Körpers in einem gleichförmigen Felde zu erhalten, muss derselbe entweder die Gestalt eines Ringes (dieser ist aber nur für die ballistische Methode zu gebrauchen) oder eines Ellipsoids oder eines cylindrischen Stabes, dessen Länge wenigstens 4—500 mal so gross als sein Durchmesser ist[2]), haben. Die magnetisierende Kraft liefert uns hier, wie bei der zweiten Methode, ein durch Ein- und Ausschaltung von Widerständen zu variirender galvanischer Strom, der in Solenoidform um den zu prüfenden Stab herumgeführt ist; die Berechnung derselben aus der Stromstärke ergiebt sich leicht in noch zu erörternder Weise.[3])

Die zweite von Sir William Thomson als ballistische benannte Methode beruht auf der Thatsache, dass jede Aenderung der durch einen Leiter gehenden Inductionsströmung in diesem einen Strom inducirt, dessen Stärke von der Grösse der Änderung abhängt. Und zwar ist die gesammte in dem Leiterkreise inducirte Electricitätsmenge gleich der ganzen Änderung der Inductionsströmung oder der Zahl der den Kreis durchsetzenden Inductionslinien, dividiert durch den electrischen Widerstand des Kreises.[4]) Für sehr schnell erfolgende Änderungen ist die inducirte Electricitätsmenge, also auch die Änderung der Inductionslinienzahl dem Ausschlag einer Magnetnadel, auf welche der Inductionsstrom in passender Weise einwirkt, proportional. Vorausgesetzt ist dabei, das der Strom nur so kurze Zeit andauert, dass er schon aufhört, ehe die Nadel sich merklich aus ihrer Gleichgewichtslage entfernt hat.[5]) Eine Vorrichtung, vermittels welcher man durch den Ausschlag einer Nadel die inducirte Electricitätsmenge und damit die Änderung der Inductionsströmung, folglich bei

---

1) Ewing, loc. cit. § 16 und 19; siehe auch Mascart und Joubert, loc. cit. § 383.

2) Ewing, magnetic induction § 33.

3) Näheres über die magnetometrische Methode finden wir bei Ewing, loc. cit., Kap. II.

4) Mascart und Joubert, loc. cit. § 518.

5) Loc. cit. § 883.

gleichförmiger Magnetisierung aus dem bekannten Querschnitt des magnetisierten Körpers die Inductionsänderung bestimmen kann, nennt man ein ballistisches Galvanometer. Wie mit seiner Hilfe für verschiedene magnetisierende Kräfte die Induction in einem Eisenring bestimmt werden kann, zeigt das Schema Fig. 3. Die Batterie B liefert einen mit Hilfe des Widerstandskastens W zu variirenden Strom, der in einer bekannten Anzahl von Windungen, die ganz oder teilweise den Eisenring umschliessen, diesen umfliesst und magnetisiert; die Stromstärke wird mit dem Ampèremeter A gemessen. An einer Stelle ist eine Prüfrolle P von bekannter Windungszahl und Querschnitt angebracht, deren Enden zu dem ballistischen Galvanometer B. G. führen. In den primären Stromkreis ist noch der Commutator C eingeschaltet, durch den man den Strom umkehren und damit die magnetische Kraft in die entgegengesetzte verwandeln kann. Wenn man so für verschiedene Stromstärken, also verschiedene magnetisierende Kräfte H die Stromrichtung plötzlich umkehrt, so erhält man Ausschläge der Nadel des ballistischen Galvanometers, welche man z. B. in bekannter Weise mit Hilfe von Spiegel und Scala beobachten kann. Aus diesen Ausschlägen lassen sich dann leicht die zugehörigen Werte der Induction B berechnen.[1]) Eine ähnliche Methode besteht darin, dass man durch eine geeignete Vorrichtung die Prüfspule plötzlich von dem magnetisierten Körper entfernt und dadurch die Zahl der dieselbe durchsetzenden Inductionslinien auf Null reduciert: der Ausschlag eines mit dieser Prüfspule verbundenen Galvanometers dient dann wieder zur Bestimmung der Induction.[2])

Wird mit Hilfe einer dieser Methoden entweder die Magnetisierung J oder die Induction B für eine Reihe von aufsteigenden Werten der magnetisierenden Kraft H, von Null beginnend, bestimmt, so stellt man diese Resultate graphisch dar, indem man die magnetisierenden Kräfte H als Abscissen, die zugehörigen Magnetisierungen J resp. Inductionen B als Ordinaten aufträgt und die Endpunkte der Ordinaten durch eine Curve verbindet; man erhält so eine Magnetisierungs- resp. Inductionscurve. Hierbei ist wohl zu beachten, dass jede dieser Curven immer nur für die ganz bestimmte Sorte von Eisen (resp. von einem anderen ferromagnetischen Metall), welche gerade der Prüfung unterliegt, gilt. Für jede Eisensorte giebt es eine besondere Curve, die in jedem einzelnen Fall besonders zu bestimmen ist; doch zeigen alle diese Curven bestimmte Eigentümlichkeiten, so dass wir eine derselben in dieser Beziehung als typisch für alle betrachten können. Fig. 4 zeigt eine Magnetisierungscurve für geglühtes Schmiedeeisen, wie sie Ewing[3]) mit Hilfe der magnetometrischen Methode erhalten hat. Diese (ausgezogene) Curve lässt deutlich die wesentlichen Merkmale des Magnetisierungsverlaufes erkennen: wir können unterscheiden ein Stadium I, in welchem unter der Wirkung schwacher Kräfte die Curve wenig ansteigt, die Susceptibilität also nur sehr klein ist, dann ein Stadium II, für welches das schnelle Ansteigen der Curve eine schnelle Verstärkung der Magnetisierung und eine bedeutende Vergrösserung von $\varkappa$ anzeigt, während in Stadium III J wieder sehr langsam wächst, $\varkappa$ also wieder sehr abnimmt, was die Annäherung an den Zustand der „Sättigung" anzeigt. Dass es wirklich, was oft bezweifelt, ein solches Sättigungsstadium giebt, d. h. dass für eine bestimmte endliche magnetisierende Kraft eine Magnetisierung existiert, welche nicht mehr wächst, wenn man die magnetisierende Kraft noch weiter ansteigen lässt, ist von Ewing[4]) endgiltig bewiesen. Er bediente sich dabei der sog. „Isthmus"-Methode: Zwischen die Pole eines sehr kräftigen Elektromagneten wurde das zu untersuchende Stück gebracht, so dass es sich an die konisch zulaufenden Polansätze eng anschloss und so eine schmale magnetische Brücke zwischen den

[1]) Siehe z. B. Kahle, Elektrotechnische Zeitschrift 1889, p. 468. Ausführlich findet man diese Methode dargestellt bei Ewing, loc. cit. Kap. III.

[2]) Hopkinson, Philosophical transactions of the Royal Society of London 1885.

[3]) Loc. cit. § 46.

[4]) Ewing and Low, on the Magnetisation of Iron and other Magnetic Metals in very Strong Fields, Philos. Transact. Lond. 1889.

grossen Eisenmassen der Pole, einen „Isthmus", bildete. Durch das Zusammendrängen der magnetischen Linien in diesem engen Raum wurde, da sehr starke Kräfte verwandt wurden, die Induction in dem Untersuchungsstück auf bis dahin noch nicht erreichte Höhen gebracht. In einem Fall konnte bei einer magnetisierenden Kraft von gegen 20000 C. G. S.-Einheiten die Induction bis auf mehr als 41000, die Magnetisierung bis auf 1700, beides in C. G. S.-Einheiten, gebracht werden; schon bei einer magnetisierenden Kraft von 6—8000 Einheiten war dieselbe Höhe der Magnetisierung erreicht: diese giebt also den Sättigungswert für die untersuchte Eisensorte an.

Die Inductionscurven haben wesentlich dieselbe Form wie die Magnetisierungscurven, da ja, wie vorhin auseinandergesetzt, für die ferromagnetischen Metalle die Induction der Magnetisierung merklich proportional ist. Es unterscheiden sich also die Inductionscurven von den entsprechenden Curven für die Magnetisirung nur dadurch, dass der Massstab für die Ordinaten verändert ist.

In gleicher Weise, wie die Magnetisierungs- und Inductionscurven uns ein Bild des magnetischen Zustandes für jeden Punkt des Magnetisierungsverlaufes ergeben, so lassen sich Curven construieren, die uns vor Augen führen, wie in irgend einem Stadium dieses Prozesses der magnetisierte Körper sich im ganzen für die Magnetisierung bis dahin aufnahmefähig gezeigt hat und wie seine Aufnahmefähigkeit sich mit der Grösse der erlangten Magnetisierung ändert. Solche Curven, zu deren Abscissen man die Magnetisierungswerte J wählt, während die Ordinaten die zugehörigen Werte von $\varkappa = \frac{J}{H}$ darstellen, nennt man Susceptibilitätscurven; der Gedanke zu ihrer Construction rührt von Stoletow[1]) her. Das Verhalten eines magnetischen Körpers in Bezug auf die grössere oder geringere Leichtigkeit, mit welcher Änderungen seines inneren magnetischen Zustandes für verschiedene Grössen der Induction vor sich gehen, zeigen uns in ähnlicher Weise die Permeabilitätscurven, welche zuerst von Rowland[2]) angegeben sind. Eine solche von dem eben genannten Forscher für Schmiedeeisen erhaltene Curve zeigt uns Fig. 5. Als Abscissen sind hierin die Inductionen B, als Ordinaten die zugehörigen Werte von $\mu = \frac{B}{H}$ aufgetragen. Die Curve zeigt uns, dass die Permeabilität zuerst mit der Induction B, also auch mit der magnetisierenden Kraft H schnell ansteigt, bis sie für eine Induction von 6 — 7000 C. G. S.-Einheiten, also, da der maximale Wert von μ hierfür ungefähr 2500 ist, für eine magnetisierende Kraft von 2 — 3 C. G. S.-Einheiten ein Maximum erreicht, dann langsamer für weiter wachsende Inductionen abfällt, so dass sie für 18 — 19000 C. G. S.-Einheiten nur noch ungefähr 100 beträgt. Wird die Induction noch weiter gesteigert, so geht der Wert von μ noch viel weiter herunter: in dem oben angeführten Beispiel der Anwendung von Ewings Isthmus-Methode betrug μ bei einer Induction von über 41000 nur noch wenig über 2. In einem Fall ist es Ewing sogar gelungen,[3]) eine Induction von über 45000 zu erreichen und damit μ bis auf 1,85 herabzudrücken.

Die Grösse μ, welche das Verhältnis der Gesammtzahl der den magnetischen Körper per Quadratcentimeter durchsetzenden Inductionslinien zu der Zahl der durch denselben Raum, wenn er mit Luft angefüllt wäre, hindurchgehenden Linien angiebt, ist für den Magnetismus das Analogon des elektrostatischen Begriffs der specifischen inductiven Capacität,[4]) ebenso des thermischen Begriffs der Wärmeleitungsfähigkeit. Nach der letzteren Analogie ist μ von Faraday als Leitungsfähigkeit des magnetischen Mittels für Kraftlinien bezeichnet, von Sir William Thomson als Coefficient der magnetischen Durchlässigkeit oder als Permeabilität des Mittels.

---

1) Poggendorffs Annalen 1870.
2) The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine, Ser. IV., August 1873.
3) Ewing, magnetic induction § 94.
4) Mascart und Joubert, loc. cit. § 108.

Die mehr oder minder grossen Werte von μ, wie sie in den Permeabilitätscurven niedergelegt sind, geben uns eine Anschauung von dem Grade der Concentration der magnetischen Induction, welche eintritt, wenn ein paramagnetischer Körper in ein magnetisches Feld gebracht wird. Sei dasselbe zunächst homogen, so dass die Kraftlinien gerade, parallel und aequidistant verlaufen, so tritt bei Erscheinen des paramagnetischen Körpers eine Störung in dem Verlauf und der Verteilung der Kraftlinien ein: dieselben convergieren nach dem Körper zu, durchlaufen dichtgedrängt denselben, treten divergent aus ihm aus, und in einiger Entfernung von ihm verlaufen sie wieder gleichförmig. In ganz ähnlicher Weise kann eine Concentration eines elektrischen Stromes dadurch bewirkt werden, dass man z. B. in eine mit Quecksilber gefüllte Röhre, durch die ein Strom geht, ein Stück Kupfer hineinbringt. Bevor dies geschah, war der Strom gleichmässig über den ganzen Querschnitt der Röhre verteilt, die Strömungslinien verliefen gerade und parallel, ganz analog den Kraftlinien eines gleichförmigen magnetischen Feldes. Nachdem aber das Kupferstück, dessen Leitungsfähigkeit für den Strom bedeutend grösser, als die einer gleichgrossen Quecksilbermasse ist, in die Röhre gebracht, convergiren die Strömunglinien nach ihm hin, und es geht infolge dessen ein viel grösserer Teil des Stromes, als es nach dem blossen Verhältniss der Querschnitte sein würde, durch dasselbe hindurch. Natürlich tritt der Strom nicht blos an den Enden des Kupferstückes ein und aus, sondern auch mehr oder weniger längs der Seiten; dasselbe ist aber auch mit der magnetischen Inductionsströmung durch den magnetischen Körper der Fall. Es besteht also eine vollständige Analogie zwischen diesen beiden Thatsachen, jedoch mit dem schwerwiegenden Unterschiede, dass die Leitungsfähigkeit des Kupfers für den elektrischen Strom unabhängig von der Stärke des durch das Metall gehenden Stromes ist, während die magnetische Leitungsfähigkeit oder Permeabilität eine Function der Induction ist.

Die soeben betrachtete Analogie zwischen dem elektrischen Strom und der magnetischen Inductionsströmung kann noch weiter ausgeführt werden, und sie kann uns als Führer dienen bei der Betrachtung des für die neuere Entwickelung der Lehre vom Magnetismus wie für die Praxis so wichtigen magnetischen Kreises. Suchen wir nach dem Ursprung dieses Begriffs, so müssen wir bis auf Faraday zurückgehen, denn in seiner Conception der magnetischen Kraftlinien als durchweg geschlossener Curven ist implicite die ganze Lehre vom magnetischen Kreise enthalten. Doch ist die volle Entwickelung derselben zu einer ausgeprägten, festen Form uns erst durch das letztvergangene Jahrzehnt gegeben, und zwar sind als Förderer dieser Entwickelung unter andern an erster Stelle Rowland, Bosanquet, Kapp und die Gebrüder Hopkinson zu nennen.[1])

Wie schon früher berührt, sind die das Eisen durchsetzenden Inductionslinien als direkte Fortsetzungen der äusseren Kraftlinien anzusehen; ausserhalb des magnetischen Körpers sind eben Kraft und Induction identisch, während sie im Innern desselben ganz verschiedene Grössen sind, die oft nicht einmal der Richtung nach übereinstimmen (diese Übereinstimmung besteht allerdings in den praktisch wichtigsten Fällen). Wir müssten also, wenn wir eine solche Linie als in sich geschlossenes Ganzes betrachten, sie als Inductionslinie bezeichnen, ebenso die von solchen Linien umhüllten in sich geschlossenen Röhren, welche entweder einen magnetischen Körper durchsetzen oder die Axe eines elektrischen Stromes umschliessen (ein Strom ist einem unendlich dünnen Magneten, einem magnetischen Blatt, das dieselbe Grenzlinie wie der Strom hat, aequivalent, eine die Stromaxe umgebende geschlossene Röhre muss also auch dies magnetische Blatt durchsetzen[2])), als Inductionsröhren. Für jede solche Inductionsröhre ist nun für jeden Querschnitt der Ausdruck $\int B_n \, ds$, wo B_n die zu dem Querschnitt normale Componente der Induction, ds das zugehörige Querschnittselement

[1]) Eine historische Darstellung der Entwickelung der Lehre vom magnetischen Kreise findet man bei Sylv. Thompson, die dynamoelektrischen Maschinen, deutsch von Grawinkel, Halle 1889, Kap. 14.

[2]) Mascart und Joubert, loc. cit. § 451.

bedeuten, eine constante Grösse, oder: die magnetische Inductionsströmung ist für den ganzen Kreislauf einer geschlossenen Inductionsröhre constant. Wir nennen nun eine Inductionsröhre, welche auch unendlich dünn sein kann, so dass sie in der Grenze den physikalischen Begriff der Inductionslinie wiedergiebt, einen vollkommenen magnetischen Kreis. Derselbe findet sein elektrisches Analogon in einem Stromkreise durch einen Draht, der sich in einem völlig isolierenden Medium befindet, ebenso die Inductionslinien in den Strömungslinien, die alle ganz innerhalb des Drahtes verlaufen, wie die Inductionslinien innerhalb der Inductionsröhre des magnetischen Kreises. Variirt der Querschnitt des Leitungsdrahtes, so ändert sich auch die Stromdichte, und zwar umgekehrt proportional dem Querschnitt, so dass das Produkt von Stromdichte und Querschnitt, eben der Strom, für den ganzen Leiterkreis constant ist. Genau ebenso ist für einen vollkommenen magnetischen Kreis das Produkt aus Querschnitt und Induction, also Bs (wenigstens für eine sehr dünne Röhre, also für jedes Element einer ausgedehnteren) eine constante Grösse. Ein magnetischer Körper, der einen vollkommenen magnetischen Kreis bildet, wird dadurch erhalten, dass ein homogener Eisenring, der gleichförmig seiner ganzen Länge nach mit isoliertem Leitungsdraht bewickelt ist, von einem galvanischen Strom umflossen wird. In diesem Fall bleiben alle Inductionslinien innerhalb des Ringes, der Ring ist also selber eine Inductionsröhre, ein vollkommener magnetischer Kreis, in dem für alle Querschnitte die hindurchgehende Strömung constant ist.

Haben wir es dagegen mit einem Eisenringe zu thun, der nicht gleichförmig bewickelt ist, sondern bei dem z. B. die Wickelung, wie bei manchen Transformatoren, an einer oder mehreren Stellen angehäuft ist, so treten nun mehr oder weniger Inductionslinien aus dem Eisen aus (das Verhältnis der Anzahl derselben zu der Zahl der ganz im Eisen verlaufenden Linien hängt von der Permeabilität μ, also auch, wie vorhin gesehen, von der Stärke der ganzen Strömung ab). Der Ring bildet also jetzt nicht mehr einen vollkommenen, sondern einen unvollkommenen magnetischen Kreis. Ist die Permeabilität des Eisens, wie es für weiches Schmiedeeisen bei nicht zu hohen Inductionswerten der Fall ist, gross (wie früher gesehen, unter Umständen 2—3000 mal so gross als die der Luft), so wird die „Streuung" der Inductionslinien nur einen geringen Betrag haben. Der Luftraum bildet einen magnetischen „Nebenschluss", der aber wegen des im Verhältnis zum Eisen sehr bedeutenden Widerstandes gegen die Inductionsströmung nur einen kleinen Teil derselben vom Eisen ableitet. Wir sehen, der Fall eines solchen unvollkommenen magnetischen Kreises ist ganz analog dem eines elektrischen Stromkreises, der nicht vollständig isoliert, sondern in ein schwach leitendes Medium eingetaucht ist; sei z. B. ein Kupferring in eine Flüssigkeit eingetaucht, deren Leitungsvermögen den 2—3000. Teil von dem des Kupfers betrage, und in dem Kupferring sei an einer Stelle der Sitz einer elektromotorischen Kraft vorhanden. Dann wird die Strömung von diesem Punkte aus innerhalb des Ringes allmählich abnehmen, indem ein Teil derselben durch die einen Nebenschluss bildende Flüssigkeit abgeleitet wird, doch wird unter den genannten Umständen dieser Verlust nur gering sein.

Von ganz hervorragendem Interesse ist es nun, für einen vollkommenen magnetischen Kreis die Beziehung der magnetischen Inductionsströmung zu der Gesamtheit der sie erzeugenden magnetischen Thätigkeitsfactoren aufzustellen. Wir können hier wieder zur Analogie einen vollständig isolirten galvanischen Stromkreis heranziehen, bei welchem in der Form des Ohmschen Gesetzes die Beziehung des Stroms zu der Gesamtheit der in dem Kreise thätigen elektromotorischen Kräfte ausgedrückt ist. In Analogie zur elektomotorischen Kraft ist die Gesamtheit der in dem magnetischen Kreise wirkenden magnetischen Kräfte von Bosanquet als magnetomotorische Kraft bezeichnet[1]) Wir können die elektromotorische Kraft eines Stromkreises definieren als die Arbeit, welche von der Stromquelle,

[1]) Bosanquet, magneto-motive force, Phil. Mag. Ser. 5, Bd. 18, 1883.

bestehe sie in galvanischen Elementen oder Dynamomaschinen, geleistet werden muss, um die Einheit der Elektricitätsmenge einmal vollständig um den Stromkreis herumzutreiben. Ebenso definieren wir nun als magnetomotorische Kraft eines magnetischen Kreises die Arbeit, welche von den magnetisierenden Kräften bei der Herumführung eines freien Einheitspols um den Kreis herum geleistet wird. Sei dl ein Element einer beliebigen in sich geschlossenen Linie, H die Grösse der wirkenden magnetischen Kraft, welche für die unendlich kleine Linie dl als constant anzusehen ist, φ der Winkel, den das Element mit der Kraftrichtung bildet, so ist $H \cos. \varphi$ die in der Richtung des Elements wirkende Kraftcomponente. Wird durch dieselbe der imaginäre Einheitspol um die Strecke dl vorwärts bewegt, so ist die Grösse der geleisteten Arbeit $H \cos. \varphi \, dl$. Wir erhalten also die ganze von der Gesamtheit der magnetischen Kräfte bei Herumführung des Einheitspols um die geschlossene Linie geleistete Arbeit, indem wir für alle Elemente dl der Linie die geleisteten Arbeiten summieren: der Ausdruck $\int H \cos. \varphi \, dl$ stellt diese Arbeit dar. In bezug auf diese Form können wir diese Grösse auch als Linienintegral der magnetischen Kraft, um den Kreis herum genommen, bezeichnen[1]). Dieser Ausdruck ist durchaus nicht auf den Fall beschränkt, wo die Integration längs eines magnetischen Kreises stattfindet, sondern er gilt für jede irgendwie im Raum gezogene Curve. Fälllt in allen Punkten der Linie die Richtung von H mit der Curve zusammen, so dass immer $\cos. \varphi = 1$ ist, so reduciert sich der Ausdruck für das Linienintegral der magnetischen Kraft auf $\int H \, dl$. Dies ist im allgemeinen der Fall, wenn der Integrationsweg eine magnetische Inductionslinie ist, und es stellt also dieser Ausdruck die magnetomotorische Kraft für einen vollkommenen magnetischen Kreis dar.

Geht die Curve, längs welcher das Linienintegral der magnetischen Kraft genommen wird, durch einen Kreis hindurch, in welchem ein elektrischer Strom von A Ampère oder von $\frac{A}{10}$ C.G.S.-Einheiten fliesst, dann ist immer der Wert desselben gleich $4 \pi \frac{A}{10}$, wenn die Curve nur durch eine Stromwindung geht; geht sie durch n Windungen, dann ist das Linienintegral der magnetischen Kraft, also für den magnetischen Kreis die magnetomotorische Kraft, gleich $4 \pi \frac{n A}{10} = 0{,}4 \pi . n A = 1{,}2566 \, n A$, also $= 1{,}2566$ mal der Zahl der Ampèrewindungen[2]).

Um nun für einen vollkommenen magnetischen Kreis das Gesetz aufzustellen, das die magnetomotorische Kraft oder das über den Kreis genommene Linienintegral der magnetischen Kraft zu der Inductionsströmung in Beziehung setzt, nehmen wir zunächst an, dass der Kreis in eine Anzahl von nebeneinander verlaufenden und so continuirlich den Kreis erfüllenden Inductionsröhren zerlegt werde, die so dünn sind, dass die Werte der Kraft H und der Induction B für jeden kleinen Querschnitt einer Röhre als constant anzusehen sind. Sei s die Fläche eines Querschnitts einer Röhre und B die Induction an dieser Stelle, dann ist die Inductionsströmung in der Röhre gleich Bs; bedeutet wieder μ die Permeabilität des Mediums, durch das die Inductionsröhre an dieser Stelle hindurchgeht, so ist die magnetische Kraft

$$H = \frac{B}{\mu} = \frac{Bs}{\mu s} = \frac{\text{Inductionsströmung.}}{\mu s}$$

[1]) Maxwell, Lehrbuch der Elektricität und des Magnetismus, deutsch von Weinstein, Berlin 1883, 2. Bd., § 401.

[2]) Die allgemeinste Beziehung zwischen der magnetomotorischen Kraft und dem Strom findet man behandelt in der Abhandlung von Poynting, on the connexion between Electric Current and the Electric and Magnetic Inductions in the surrounding field, Transact. Roy. Soc. Lond. 1885, Vol. 176.

Wird jede Seite der Gleichung mit dem Längenelement dl der unendlich dünnen Inductionsröhre multipliciert und dann integriert, so erhält man, da die Inductionsströmung für die ganze Röhre constant ist:

$$\text{Inductionsströmung} \times \int \frac{dl}{\mu s} = \int H\, dl = \text{magnetomotorische Kraft},$$

wenn die Integration über den ganzen geschlossenen Kreis ausgedehnt wird. Also ist

$$\text{Inductionsströmung} = \frac{\text{magnetomotorischer Kraft}}{\int \frac{dl}{\mu s}}$$

Bezeichnen wir nun den reciproken Wert von μ mit ϱ, welche Grösse wir den specifischen magnetischen Widerstand des Mediums nennen, so ist $\frac{dl}{\mu s}$ oder $\frac{\varrho\, dl}{s}$ offenbar der magnetische Widerstand des Teiles des magnetischen Kreises, der die Länge dl und den Querschnitt s hat. Der Ausdruck $\int \frac{\varrho\, dl}{s}$ stellt dann die Summe aller Widerstände der einzelnen Längenelemente des magnetischen Kreises, also den Gesamtwiderstand desselben vor. Wir können demnach die oben aufgestellte Gleichung auch in die Form bringen:

$$\text{Inductionsströmung} = \frac{\text{magnetomotorische Kraft}}{\text{magnetischen Widerstand des Kreises.}}$$

Ist nun diese Beziehung auch zunächst nur für eine der unendlich dünnen Inductionsröhren, deren Gesamtheit den magnetischen Kreis bildet, abgeleitet, so ist doch leicht unmittelbar zu sehen, wie dieselbe auf den ganzen Kreis, dessen Elemente jene dünnen Röhren eben sind, ausgedehnt werden kann[1]).

Wir haben so das Gesetz für die durch einen vollkommenen magnetischen Kreis gehende Inductionsströmung in einer Form erhalten, welche die Analogie mit dem Ohmschen Gesetz hervortreten lässt; das letztere heisst ja:

$$\text{Strom} = \frac{\text{elektromotorische Kraft}}{\text{elektrischen Leitungswiderstand des Kreises.}}$$

Es ist allerdings wohl hierbei zu beachten, dass diese in die Augen fallende Analogie dadurch erhalten ist, dass die Grösse μ als Analogon der elektrischen Leitungsfähigkeit angesehen, ihre Reciproke ϱ dementsprechend als specifischer magnetischer Widerstand bezeichnet ist. Wie der specifische elektrische Leitungswiderstand als der Widerstand der Volumeneinheit, des Cubikcentimers, erklärt wird, so ist nach der hier eingeführten Bezeichnung die Grösse ϱ der magnetische Widerstand der Volumeneinheit, nämlich eines Stückes des magnetischen Mediums von einem Centimeter Länge und einem Quadratcentimeter Querschnitt. Auch der magnetische Widerstand ist wie der elektrische der Länge direkt, dem Querschnitt umgekehrt proportional.

Gegen die Berechtigung der Analogie zwischen dem magnetischen und dem elektrischen Schliessungskreise sind mancherlei Einwürfe mit zum Teil schwerwiegenden Gründen gemacht worden. Zunächst ist geltend gemacht, dass der specifische elektrische Widerstand eine Materialkonstante, die Grösse ϱ dagegen von der Grösse der Inductionsströmung abhängt. Nun ist allerdings nicht zu verkennen, dass beide als analog betrachtete Grössen, wie auch vorhin schon auseinandergesetzt, in dieser Beziehung wesentlich von einander verschieden sind. Doch darf auch hierbei nicht übersehen werden, dass ja auch der elektrische Leitungswiderstand vom Strom nicht ganz unabhängig

---

[1]) Diese Ableitung der Gleichung des magnetischen Kreises ist Ewing, magnetic induction, § 154 entnommen.

ist, indem die Temperatur des Schliessungskreises nach dem Jouleschen Gesetz durch die Stromstärke bedingt ist und der Leitungswiderstand wieder in bekannter Weise von der Temperatur abhängt[1]; dieser Umstand kann zu Gunsten der in Frage stehenden Analogie angeführt werden, wenn auch der Einfluss der Stromstärke auf den elektrischen Widerstand mit dem der Induktion auf den magnetischen in praktischer Hinsicht gar nicht zu vergleichen ist. Ein schwerwiegender Einwurf ist der, dass im elektrischen Stromkreise, längs der Stromfäden, Arbeit übertragen wird, längs der magnetischen Inductionslinien dagegen nicht, dass dort Bewegung, hier dagegen Ruhe herrscht; die Analogie der magnetischen Inductionslinien mit den elektrostatischen, die der Gleichung des magnetischen Kreises mit der Capacitätsgleichung eines Condensators würde hiernach mehr gerechtfertigt erscheinen.[2]) Eine solche Analogie würde auch, wie schon früher berührt, vieles für sich haben, doch spricht wieder zu ihren Ungunsten, dass die elektrostatischen Kraftlinien nicht geschlossen sind, während die magnetischen einen geschlossenen Kreis bilden. Ausserdem kommt es ja beim Ohmschen Gesetz auch hauptsächlich darauf an, einen Ausdruck für den augenblicklichen Gleichgewichtszustand im Stromkreise zu geben, wie bei der Gleichung des magnetischen Kreises.[3]) Es ist auch noch zu Gunsten der in Frage stehenden Analogie zu bemerken, dass ja auch sonst Analogieen zwischen physikalisch ganz verschiedenen Vorgängen, wie dem elektrostatischen Gleichgewichtszustand von Leitern, der gleichförmigen Ausbreitung der Wärme in einem homogenen Mittel und der stationären Bewegung einer incompressibeln reibungslosen Flüssigkeit[4]), wenn nur die mathematischen Ausdrucksformen der Erscheinungen übereinstimmen, gang und gäbe sind.

In den wichtigsten Fällen besteht der magnetische Kreis aus einer Anzahl von Teilen, für deren jeden der Querschnitt s und die Permeabilität oder specifische magnetische Leitungsfähigkeit μ als constant angesehen werden kann; dann wird für einen jeden solchen Teil der Widerstand $\int \frac{dl}{\mu s} = \frac{1}{\mu s} \int dl = \frac{l}{\mu s}$. Nennen wir diese Grössen für einen Teil l_1, μ_1 und s_1, entsprechend für die anderen, so wird die Gleichung des magnetischen Kreises

$$\text{Inductionsströmung} = \frac{\text{magnetomotorische Kraft}}{\frac{l_1}{\mu_1 s_1} + \frac{l_2}{\mu_2 s_2} + \frac{l_3}{\mu_3 s_3} + \ldots}$$

oder:

$$\text{Magnetomotorische Kraft} = \text{Inductionsströmung} \times \left(\frac{l_1}{\mu_1 s_1} + \frac{l_2}{\mu_2 s_2} + \frac{l_3}{\mu_3 s_3} + \ldots \right)$$

Die Grössen l und s lassen sich durch direkte Messung bestimmen, für einen bestimmten Wert der Inductionsströmung findet man die Werte von μ aus den Permeabilitätscurven (s. Fig. 5); es ist also durch diese Gleichung der Wert der zur Erzielung dieser Strömung aufzuwendenden magnetomotorischen Kraft bestimmt. Da aber nach dem Früheren dieselbe gleich 1,2566 mal den Ampèrewindungen ist, so erhält man durch Division obigen Ausdrucks durch 1,2566 die Zahl der nötigen Ampèrewindungen. Die hierdurch gelöste Aufgabe ist analog der: die elektromotorische Kraft zu bestimmen, welche erforderlich ist, um einen bestimmten Strom in einem Kreise zu erzeugen, der aus einer Zahl von Leitern besteht, für deren jeden die Länge, der Querschnitt und der specifische Widerstand bekannt sind.

Eine sehr wichtige Anwendung findet die Gleichung für den magnetischen Kreis für die Berechnung der Dynamomaschinen. Aus diesem praktischen Bedürfnis heraus hat sich überhaupt

---

[1]) Steinmetz, Bemerkungen über den magnetischen Kreislauf, Elektrotechnische Zeitschrift 1891, Heft 1.

[2]) Grawinkel und Strecker, Magnetischer Widerstand oder magnetische Capacität? Elektrotechn. Zeitschrift 1891, Heft 33.

[3]) Uppenborn, loc. cit., Heft 35.

[4]) Mascart und Joubert, loc. cit. § 70 und 71.

erst die Lehre vom magnetischen Kreise entwickelt. Soll eine Dynamomaschine von bestimmter Leistung, deren Factoren die Stromstärke und die elektromotorische Kraft bilden, gebaut werden, so kommt vor allem in Betracht, dass beide Factoren von der den Anker durchsetzenden Inductionsströmung abhängen, deren Änderung pro Zeiteinheit ja die elektromotorische Kraft, also auch die Stromstärke proportional ist (die andern in Betracht kommenden Factoren als constant angesehen). Um nun die zur Erzielung der erforderlichen Inductionsströmung nötige magnetomotorische Kraft zu liefern, sind für die Feldmagnete eine durch obige Gleichung bestimmte Zahl von Ampèrewindungen erforderlich. Um diese auf ein Minimum zu reduciren, also um mit Aufwendung eines Minimums von magnetomotorischer Kraft einen möglichst grossen Wert der Induction zu liefern, muss nach obiger Gleichung die Grösse, mit welcher die Inductionsströmung multipliciert ist, nämlich der Gesamtwiderstand des von der Maschine gebildeten magnetischen Kreises ein Minimum sein. Im allgemeinen muss also die Länge der einzelnen Teile und der specifische magnetische Widerstand derselben möglichst klein, ihr Querschnitt dagegen möglichst gross sein. Der magnetische Kreis einer Dynamomaschine besteht aus 3 Hauptteilen: den aus Eisen bestehenden Kernen der Feldmagnete, dem für die Drehung des Ankers notwendigen Luftzwischenraum (hierzu muss auch der Wickelungsraum des Ankers gerechnet werden) und dem Eisenkern des Ankers. Um den magnetischen Widerstand auf ein Minimum zu reducieren, muss erstens der Querschnitt der Feldmagnete möglichst gross, die Länge derselben möglichst klein genommen werden, also massige, gedrungene Magnetschenkel, natürlich ohne irgend eine Unterbrechung des Eisens, angewandt werden. Da ferner der Widerstand des Luftraumes wegen der so sehr viel geringeren Grösse von μ für Luft (ebenso für Kupfer und die Umspinnung desselben) sehr ins Gewicht fällt, so ist vor allem bei einer guten Construction die Dicke der Luftschicht zwischen dem Anker und den Polflächen der Magnetschenkel möglichst gering zu nehmen, also ein möglichst genauer Anschluss des Ankers an diese Polflächen (natürlich unter Vermeidung der Reibung) zu erreichen gesucht werden. Im übrigen gehören die Regeln, durch welche die Anforderungen an die Bauart der Maschine, welche vom Gesichtspunkt des magnetischen Kreises aus zu stellen sind, mit den zum Teil damit widerstreitenden, die sich aus der meist gestellten Forderung einer möglichst hohen elektromotorischen Kraft, eines möglichst geringen elektrischen Widerstandes der Ankerleiter, der möglichsten Vermeidung der Wirbelströme u. s. w. ergeben, in ein passendes Gleichgewicht gebracht werden, in den speciellen Bereich der Technik. Für die Anwendung der erhaltenen Resultate auf die Dynamomaschine will ich nur noch erwähnen, dass dieselbe natürlich nur einen unvollkommenen magnetischen Kreis darstellt, dass also für die wirkliche Berechnung der Inductionsströmung aus der magnetomotorischen Kraft oder umgekehrt das Verhältnis der Streuung zu der im Eisen bleibenden Strömung für die einzelnen Teile des Kreises bekannt sein und in Rechnung gezogen werden muss[1]). Wird die Streuung für die einzelnen Teile des magnetischen Kreises richtig veranschlagt und berücksichtigt, so ergeben die angestellten wissenschaftlichen[2]) und praktischen Versuche eine hinreichende Übereinstimmung mit der Theorie; es lässt sich mit Hilfe derselben die Leistung einer Dynamomaschine aus dem Entwurf derselben mit Berücksichtigung der Materialconstanten, bis auf einige Procente genau vorausberechnen.

Unter den Verlusten, welche man bei der Veranschlagung der Leistung einer Dynamomaschine, um ein möglichst der Wirklichkeit entsprechendes Resultat zu erhalten, in Rechnung zu ziehen hat, befindet sich einer, den man im allgemeinen wohl auch schon früher kannte, dessen physikalische

---

[1]) Alle diese in Betracht kommenden Momente sind in der fundamentalen Abhandlung der Gebrüder Hopkinson, Dynamo-electric Machinery, Phil. Transact. Roy. Soc. Lond. 1886, ausgeführt; siehe hierüber auch Sylv. Thompson, dynamoelektrische Maschinen, Kap. 14.

[2]) Siehe z. B. Kahle, zur Theorie von den magnetischen Kraftlinienströmen, Elektrotechnische Zeitschrift 1889, Heft 19 und 22.

Bedeutung und damit auch zahlenmässige Grösse man aber erst in der neuesten Zeit erforscht hat: der Verlust durch Hysteresis bei der Magnetisierung des Ankerkernes. Es ist dies eine Erscheinung, welche zuerst von Warburg[1]) untersucht und in ihren wesentlichsten Grundzügen aufgedeckt ist. Allgemeiner und genauer ist sie dann von Ewing[2]) und Hopkinson[3]), und zwar für eine grosse Reihe von verschiedenen Materialsorten, die verschiedenartigen physikalischen Bedingungen unterworfen wurden, untersucht. Den allgemeinen physikalischen Begriff der Hysteresis (von ὑστερέω zurückbleiben) kann man nach Ewing so erklären: Giebt es zwei physikalische Grössen oder Zustände M und N von der Art, dass cyklische Änderungen von N auch cyklische Änderungen von M verursachen, so existirt Hysteresis in der Beziehung von M zu N, wenn die Veränderungen von M hinter denen von N zurückbleiben[4]).

Wie diese Erscheinung im besonderen bei der Magnetisierung von Eisen (oder von anderen ferromagnetischen Metallen) sich zeigt, wollen wir zunächst an der Hand der Fig. 4 betrachten. Wie früher auseinandergesetzt, giebt die ausgezogene Curve uns ein Bild des Magnetisierungsverlaufes für wachsende magnetisierende Kräfte H. Die Curve ist bis zu dem Punkt geführt, auf welchem der im gewöhnlichen Sinne so genannte Zustand der Sättigung erreicht ist. Lässt man nun die magnetisierenden Kräfte stufenweise abnehmen, so zeigt sich, dass die Magnetisierungswerte für diese abnehmenden Kräfte nicht den Werten für die gleichen Kräfte im Stadium der Zunahme entsprechen, sondern dass, für die gleiche Kraft, während der Abnahme ein höherer Magnetisierungswert sich ergiebt als für das Stadium der Zunahme. Die Magnetisierung folgt also in ihrem Verlaufe nicht dem der Kraft, sondern sie bleibt in der Bewegung ihrer Werte bedeutend hinter der der Kraftwerte zurück, es besteht also nach obiger Definition Hysteresis in der Beziehung der Magnetisierung (natürlich gleicherweise der Induction) zu der magnetisierenden Kraft. Die punktierte Curve in Fig. 4 zeigt uns den Verlauf der Magnetisierung für abnehmende magnetisierende Kräfte. Aus dem Vorhandensein der Hysteresis folgt, dass auch, wenn die magnetisierende Kraft wieder auf Null zurückgeführt ist, die Magnetisierung nicht diesen Anfangswert zugleich erreicht haben kann, sondern dass Magnetismus zurückgeblieben sein muss. Fig. 4 zeigt uns, dass für ausgeglühtes Schmiedeeisen dieser „residuale Magnetismus" sogar eine sehr bedeutende Grösse hat, er beträgt zwischen 1100 und 1200 C. G. S.-Einheiten. Es ist hierbei wohl zu beachten, dass dies Resultat nur erhalten wird unter der Voraussetzung, dass der der Magnetisierung unterworfene Körper eine Gestalt hat, durch welche die von den freien Polenden herrührende selbstentmagnetisierende Kraft entweder absolut, wie bei einem geschlossenen Ring, oder wenigstens nahe auf Null gebracht wird, wie bei einem cylindrischen Körper, dessen Länge wenigstens 4—500 mal so lang als sein Durchmesser ist[5]). Für einen kurzen Eisenstab würde die selbstentmagnetisierende Kraft den residualen Magnetismus ganz oder fast ganz zum Verschwinden bringen.

Die weitere Betrachtung der (punktirten) Curve für abnehmenden Magnetismus in Figur 4 zeigt, dass, wenn nun entgegengesetzte magnetisierende Kräfte angewandt werden, die Magnetisierung schnell abnimmt, so dass sie für H gleich gegen —3 C. G. S.-Einheiten auf Null zurückgebracht ist. Nach dem Vorgange von Hopkinson[6]) nennen wir die Grösse dieser magnetisierenden Kraft, welche den nach Anwendung starker Kräfte erhaltenen residualen Magnetismus auf Null reducirt, die Coërcitivkraft des Materials; dadurch wird einem so lange in vager Weise gebrachten Ausdruck eine concrete und präcise Bedeutung beigelegt.

---

[1]) Magnetische Untersuchungen: I. Über einige Wirkungen des Coërcitivkraft, Wiedemanns Annalen 1881, Bd. 13.

[2]) Researches in Magnetisum, Phil. Transact. Roy. Soc. Lond. 1885, Vol. 176.

[3]) Magnetisation of Iron, Phil. Transact. Lond. 1885, Vol. 176.

[4]) Ewing. loc. cit. § 1.

[5]) Ewing, magnetic induction, § 35.

[6]) Loc. cit. pag. 460.

Es hat sich nun weiter gezeigt[1]), dass, wenn man an irgend einem Punkt der Magnetisierungscurve, sei es für den auf- oder den absteigenden Ast derselben, mit der bis dahin vorgenommenen Art der Änderung der magnetisierenden Kraft aufhört und die entgegengesetzte Änderung in irgend welchem Umfange vornimmt, dann wieder rückwärts die erste Art bis zu dem Wert des Ausgangspunktes, dass dann während dieses Processes die Magnetisierungswerte eine geschlossene Schleife an der Curve ergeben. Eine solche geschlossene Schleife im Grossen erhalten wir auch, wenn wir bis zu einem gewissen Werte durch Anwendung wachsender Kräfte magnetisieren, dann die Kraft auf Null heruntergehen lassen, nun entgegengesetzte Kräfte bis zu demselben absoluten Wert wie vorhin anwenden und endlich nach abermaliger Abnahme dieser (negativen) Kräfte bis Null die Kraft in derselben Weise wie zu Anfang bis zu demselben Maximalwert anwachsen lassen. Den Magnetisierungsverlauf, welcher erhalten wird, wenn die magnetisierende Kraft so einen vollständigen Cyclus durchläuft, zeigt die (starke) Curve Fig. 6 für ausgeglühtes weiches Eisen. In der vorhin geschilderten Weise steigt die Magnetisierung von Null ausgehend an, bis sie für H = + 45 von dem Sättigungspunkt nicht mehr weit entfernt ist; die Magnetisierung J beträgt dafür mehr als + 1200. Nimmt H ab, so fällt damit J, aber so, dass für H = 0, J, also der residuale Magnetismus, noch = 900 ist. Wird H negativ, so sinkt J weiter und wird für H = — 1,8 Null; dieser Wert von H ist also die Coërcitivkraft für diese Eisensorte. Wird H im negativen Sinne grösser, so wächst in demselben Sinne J, bis es für H = — 45 nahe denselben absoluten Wert erreicht, wie für H = + 45. Nimmt H negativ wieder ab, so auch J: für H = 0 ist J = — 950, der negative residuale Magnetismus ist also ein wenig grösser als der positive. Wird H wieder positiv, so nimmt nun J negativ schnell ab und erreicht für H = + 1,8 wieder den Wert 0. Steigt H weiter, so steigt J wieder gleichzeitig, bis es für H = + 45 wieder den früheren Maximalwert erreicht. Lassen wir in derselben Weise wieder H sich cyklisch ändern, so beschreibt der Magnetisierungswert J immer dieselbe geschlossene Fläche wieder.

Fragen wir nun nach der physikalischen Bedeutung dieser „Hysteresisfläche", überhaupt einer der Schleifen, die sich bei irgend einer cyklischen Veränderung der magnetisierenden Kraft ergeben, so geben uns die von Maxwell aufgestellten Gleichungen des elektromagnetischen Feldes[2]) ein Mittel dazu an die Hand. Haben, wie hier, die magnetische Induction B und die sie hervorbringende magnetische Kraft H gleiche Richtung, so folgt aus den allgemeinen von Maxwell aufgestellten Gleichungen, dass die Energie für die Volumeneinheit des magnetischen Mediums

$$E = -\frac{1}{8\pi} \cdot B H$$

ist.

Nehme H um d H, also B um d B zu, so wird

$$d E = -\frac{1}{8\pi} (H \, d B + B \, d H)$$

Integrieren wir für eine cyklische Änderung, also über eine geschlossene Curve, so ist

$$\int H \, d B = \int B \, d H$$

Folglich wird

$$E = -\frac{1}{4\pi} \int B \, d H$$

[1]) Ewing, loc. cit. Kap. 5.

[2]) Maxwell, loc. cit. Teil 4, Kap. 11; vergleiche Mascart und Joubert, loc. cit., § 120.

Nun ist aber

$$= H + 4\pi J,$$

also

$$B\,dH = H\,dH + 4\pi J\,dH$$

Für einen geschlossenen Integrationsweg ist

$$\int H\,dH = 0,$$

also

$$E = -\int J\,dH$$ [1])

Das $\int J\,dH$ ist aber der Flächeninhalt der Hysteresisfläche. Wir erhalten also als Resultat, dass die Hysteresisfläche die pro Cubikcentimeter des magnetischen Mediums für einen vollständigen magnetischen Cyklus absorbirte Energie bedeutet. Da nach Vollendung eines Cyklus H und B, also auch die Energie E pro Cubikcentimeter wieder denselben Wert haben, wie zu Anfang desselben, so folgt, dass die absorbirte Energie in eine andere Form der Energie übergeführt sein muss; sie muss als Wärme zu Tage treten. Man kann den Energieverlust per Cubikcentimeter für irgend eine Eisensorte bestimmen, indem man für einen vollständigen magnetischen Cyklus, bei starker Magnetisierung den Verlauf derselben graphisch darstellt und die entstandene Hysteresisfläche mit einem Planimeter misst, wobei als Flächeneinheit das Rechteck (resp. Quadrat) mit den Seiten $H = 1$ und $B = 1$ dienen muss; man erhält dann direkt den Energieverlust per Cubikcentimeter in C. G. S.-Einheiten oder Ergs. Angenähert kann man denselben nach Hopkinson auch erhalten, indem man die maximale Induction mit der Coërcitivkraft multipliciert und das Produkt durch π dividiert. Es mögen hier einige der von Ewing erhaltenen Resultate folgen:

Eisensorte.	Energieverlust pro Cubikcentimeter.
Sehr weiches, geglühtes Eisen	9 300 Ergs
Weiches Eisen	10 000 „
Dasselbe nach Streckung	16 000 „
Geglühter Stahldraht	70 500 „
Derselbe, glashart	76 000 „
Pianoforte-Stahldraht, geglüht	94 000 „
Derselbe, glashart	117 000 „

Für eine Sorte von gehärtetem Wolframstahl, wie er zur Herstellung permanenter Magnete benutzt wird, hat Hopkinson sogar einen Energieverlust von fast 217 000 Ergs pro Cubikcentimeter gefunden.

Um zu übersehen, welche Bedeutung die Hysteresis für die Praxis hat, will ich ein von Hopkinson angeführtes Beispiel[2]) wiedergeben: Es sei eine Nebenschlussmaschine gegeben, deren Ankerwicklung einen Widerstand von 0,01 Ohm, deren Schenkelwicklung einen solchen von 8 Ohm habe; sie gebe mit 15 Umläufen in einer Secunde 250 Ampère bei 55 Volt Klemmspannung. Dann beträgt der Effektverlust im Anker $250^2 . 0{,}01 = 625$ Watt, der Effekt für die Schenkel und den äusseren Kreis ist $55 . 250 = 13\,750$ Watt, also der ganze Stromeffekt 14 375 Watt. Der Verlust in den Schenkeln ist $\frac{55^2}{8} = 378$ Watt. Seien im Anker 9000 Cubikcentimeter Eisen, das gut zerteilt ist, so dass die Verluste durch Wirbelströme vernachlässigt werden können. Bei jeder Umdrehung des Ankers wird er völlig unmagnetisiert, unterliegt also einem vollständigen magnetischen Cyklus. Bei einer maximalen Induction von 18 251 fand Hopkinson für die im Anker als verwendet angenommene

---

[1]) Die Ableitung dieser Gleichung findet man bei Ewing, researches in magnetism, § 32.

[2]) Hopkinson, loc. cit. pag. 467.

Eisensorte einen Energieverlust von 13356 Ergs pro Cubikcentimeter. Der Effektverlust durch Hysteresis beträgt also 9000 . 15 . 13356 Ergs per Secunde = 180 Watt = $^1/_4$ Pferdekraft. Der Verlust im Anker durch die Joulesche Wärme ist ungefähr 4,6 %, der in den Schenkeln 2,6 %, der durch Hysteresis 1,3 % des ganzen Stromeffekts. Bestände der Anker aus Wolframstahl, so würde der Verlust durch Hysteresis über 20 % betragen. Man sieht von welcher Wichtigkeit für die Wirksamkeit der Maschine die Wahl des passenden Materials für den Anker ist.

Es zeigt sich, dass der Energieverlust durch Hysteresis eine, wenn auch nicht so sehr schwerwiegende, so doch immerhin zu berücksichtigende Rolle beim Betriebe der Dynamomaschinen spielt. Eine recht bedeutende Grösse können diese Verluste annehmen bei den mit hoher Wechselzahl betriebenen Wechselstrommaschinen und Transformatoren; um hier diese Verluste nicht zu sehr anwachsen zu lassen, arbeitet man bei diesen mit einem mässigen Sättigungsgrade der Eisenkerne[1]), da ja die Grösse des Energieverlustes, wie aus dem Vorhergehenden sich ergiebt, mit dem Sättigungsgrade wächst.

Wie schon vorher erwähnt, findet bei der Zerstreuung der Energie durch Hysteresis eine Umwandlung in Wärme statt. Es ist von Interesse, zu untersuchen, wie gross die erzeugte Wärme und die daraus resultierende Temperaturerhöhung der Körper, in denen die Änderung des Magnetismus stattfindet, ist. Durch Rechnung lässt sich die Temperaturerhöhung eines Cubikcentimeters für 1 Erg Energieverlust folgendermassen ermitteln: Die specifische Wärme des Eisens beträgt 0,11 Calorieen für 1 g, das specifische Gewicht desselben ist 7,7, das mechanische Äquivalent einer (Gramm-) Calorie $0{,}416 \cdot 10^8$ Ergs. Nennen wir x die für 1 Erg Energieverlust sich ergebende Temperaturerhöhung eines Cubikcentimeters (in Centigraden), so ist

die zur Erwärmung von 1 g	um 1^0	aufgewandte Wärmemenge	0,11 Calorieen
„ „ „ 1 ccm	„ 1^0	„ „	0,11 . 7,7 „
„ „ „ 1 ccm	„ x^0	„ „	0,11 . 7,7 . x „

Diese Wärmemenge ist aber $0{,}11 \cdot 7{,}7 \cdot x \cdot 0{,}416 \cdot 10^8$ Ergs äquivalent; da die aufgewandte Arbeit 1 Erg betragen soll, so ist

$$0{,}11 \cdot 7{,}7 \cdot 0{,}416 \cdot 10^8 \cdot x \text{ Erg} = 1 \text{ Erg}$$

$$x = \frac{10^{-8}}{0{,}11 \cdot 7{,}7 \cdot 0{,}416} = 2{,}84 \cdot 10^{-8} \text{ Grad C.}$$

Für einen vollständigen magnetischen Cyklus beträgt also die Temperaturerhöhung (in Centigraden) $2{,}84 \cdot 10^{-8} \cdot \int J\,dH$. Für weiches Eisen ist $\int J\,dH = 10000$ Ergs, also für einen Cyklus die Temperaturerhöhung $2{,}84 \cdot 10^{-4}$ Grade. Es würden also nahe 4000 Cyklen nötig sein, um einen Kern von weichem Eisen um 1^0 C. zu erwärmen. Da Wechselstrommaschinen bis zu 8000 vollständigen Wechseln pro Minute betrieben werden, so würde der Kern eines zugehörigen Transformators, bei hohem Sättigungsgrade, in der Minute allein unter dem Einfluss der Hysteresis sich um 2^0 erwärmen (abgesehen von den Wirbelströmen), also bei nicht besonders sorgfältiger Abkühlung bald eine hohe Temperatur annehmen können.

Von grossem physikalischen Interesse ist nun die Frage, wie sich zu dem Resultat obiger Rechnung die durch den Versuch ermittelte Temperaturerhöhung, mit andern Worten, wie sich die in Form von Wärme durch den Versuch zu ermittelnde Energie zu dem ebenso durch Versuch ermittelten Verlust an magnetischer Energie stellt. Die ersten hierüber angestellten Untersuchungen rühren von Warburg und Hönig[2]), die eine calorimetrische Methode benutzten, her; da diese

---

[1]) Baur, neuere Untersuchungen über den Magnetismus. Elektrotechnische Zeitschrift 1889. pag. 132.

[2]) Über die Wärme, welche durch periodisch wechselnde magnetisierende Kräfte im Eisen erzeugt wird. Wiedemanns Annalen 1883, Band 20.

selber die Versuche als provisorische bezeichnen, so übergehen wir dieselben. Dagegen möchte ich wegen des grossen physikalischen Interesses, das sich an diese Frage heftet, eine von Tanakadaté[1]) angestellte Untersuchung anführen und an der Hand der Fig. 7 erläutern. Der Strom einer Accumulatorenbatterie B, der durch das Ampèremeter A gemessen wird, geht durch die hintereinander geschalteten, genau gleichen Wickelungen zweier Ringe von gleichen Dimensionen; der eine, E, besteht aus Eisen, das zur Vermeidung von Wirbelströmen sehr gut geteilt ist, der zweite, H, aus Holz. Durch einen in den Stromkreis eingeschalteten rotierenden Commutator C, dessen Umdrehungszahl durch ein an der Axe angebrachtes Zählwerk Z angegeben wird, lassen sich bei einer Umdrehung 40 Umkehrungen des durch die Ringe fliessenden Stromes, also auch der Magnetisierung, folglich 20 vollständige magnetische Cyklen hervorbringen. Um den Ueberschuss der in dem Eisenring erzeugten Wärme über die des Holzringes zu messen, sind in der durch Fig. 7 verdeutlichten Weise je eine thermo-elektrische Combination aus Platinoid- (P) und Kupferdraht (K) durch die Wickelung hindurch unmittelbar an jedem Kern befestigt. Der unmittelbare Einfluss der Stromwärme auf die Thermoelemente ist durch die Gegenschaltung der letzteren eliminiert; doch musste erst durch eine ausgedehnte Voruntersuchung der Einfluss festgestellt werden, welchen sowohl die grössere Leitungsfähigkeit des Eisens für die durch den Strom entwickelte Wärme wie die stärkere Wärmeabgabe desselben auf den Erwärmungsunterschied beider Löthstellen hat. Die Enden beider Kupferdrähte sind mit einem Spiegelgalvanometer S verbunden, dessen Ausschlag den thermo-elektrischen Strom, damit den Temperaturunterschied beider Löthstellen, damit die im Eisenringe durch Hysteresis entwickelte Wärmemenge misst. Zugleich wird mit Hilfe einer secundären Spule und eines ballistischen Galvanometers in der früher beschriebenen Weise die Induction im Eisen und daraus der Energieverlust durch Hysteresis bestimmt. Tanakadaté hat ungefähr 80 % der durch Hysteresis zerstreuten Energie in der Form der zur Temperaturerhöhung des Eisens verbrauchten Wärme nachgewiesen. Als Ursachen der sich ergebenden Differenz kann man wohl ansehen[2]): erstens die Schwierigkeit, bei den schnell erfolgenden Stromwechseln, den wirklichen Wert der magnetisierenden Kraft H zu bestimmen, dann aber wohl besonders den Umstand, dass bei schnellen Wechseln der Grad der Magnetisierung (in Folge einer Art von magnetischer Trägheit) geringer ist, also auch die Hysteresisfläche kleiner als bei solchen Experimenten, in welchen die Änderungen langsam erfolgen.

Während nämlich die oben ausführlicher behandelte Erscheinung als statische Hysteresis zu bezeichnen ist, weil sie unabhängig von der Zeit, welche zwischen zwei aufeinander folgenden Magnetisierungsänderungen vergeht, erfolgt, ist durch Versuche von Lord Ragleigh[3]) für sehr schwache magnetisierende Kräfte, dann durch ausgedehntere Versuche von Ewing[4]) gezeigt, dass es auch eine sog. viscose Hysteresis giebt. Wie die Selbstinduction eines elektrischen Kreises eine zeitliche Verzögerung der Stromänderung hinter der Änderung der elektromotorischen Kraft bewirkt, so zeigt sich auch bei der zuletzt genannten Erscheinung ein zeitliches Zurückbleiben der Magnetisierung hinter der magnetisierenden Kraft. Es ist dies eine Thatsache, die noch weiterer Untersuchung und Aufklärung bedarf.

---

[1]) Phil. Mag. Ser. 5, Bd. 28: On the Thermal Effect due to Reversals of Magnetization in Soft Iron. Es ist von Interesse, bei diesem Gegenstand das Hineinwachsen der jungen japanischen Kultur in den altehrwürdigen Hain der europäischen Wissenschaft zu beobachten. Ewing hat die seinen „Researches in Magnetism“ zugrundeliegenden Versuche im physikalischen Laboratorium der Universität zu Tokio angestellt, wobei vier junge Japaner, unter ihnen auch Tanakadaté, ihm assistierten. Die Namen Tanakadaté und Nagaoka haben einen guten Klang in der Literatur des Magnetismus.

[2]) Ewing, magnetic induction, § 83.

[3]) On the Behaviour of Iron and Steel under the Operation of Feeble Magnetic Forces, Phil. Mag., März 1887.

[4]) On Time-lag in the Magnetisation of Iron, Proceedings of the Royal Society of London 1889, Vol. 46; siehe auch Ewing, magnetic induction, Kap. 6.

Physikalisch interessant sind ferner die Beziehungen des Magnetismus zu den mechanischen Bedingungen, welchen ein magnetischer Körper unterworfen ist. Der Einfluss, welchen dieselben auf die Magnetisierung haben, möge wenigstens an einem einfachen Beispiel dargelegt und mit Hilfe der Fig. 6 erläutert werden. Die starke Curve in dieser Figur giebt, wie oben dies näher auseinandergesetzt, den Magnetisierungsverlauf eines Drahtes aus geglühtem weichen Eisen für einen vollständigen magnetischen Cyklus, die eingeschlossene Fläche also den Energieverlust durch Hysteresis wieder. Die schwächer gezogene Curve stellt nun dasselbe für denselben Draht dar, aber nachdem er mechanisch gestreckt wurde. Wir sehen, diese mechanische Einwirkung hat den Erfolg, die maximale Magnetisierung etwas, den residualen Magnetismus sehr bedeutend herunterzusetzen, dagegen die Coërcitivkraft und den Verlust durch Hysteresis ziemlich bedeutend zu erhöhen. Ich muss es mir wegen des beschränkten Raumes dieser Abhandlung versagen, auf diese Thatsachen, welche geeignet scheinen, in die Molekularverhältnisse der Magnete etwas Licht zu bringen, ebenso wie auf die Beziehungen von Magnetismus und Wärme weiter einzugehen, und muss hierfür auf die Originalabhandlungen verweisen[1]).

Bei den vielen neuen Thatsachen, welche in der neuesten Zeit unsere Kenntniss des Magnetismus so sehr erweitert und geklärt haben, ist es natürlich, dass auch die theoretischen Anschauungen über die Natur des Magnetismus in bezug auf ihre Uebereinstimmung mit den gefundenen Thatsachen einer Revision unterzogen wurden und dabei Umgestaltungen erfahren mussten, eben um die Übereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung wiederherzustellen. Ich will zum Schluss meiner Abhandlung eine kurze Übersicht dieser Umgestaltungen geben.

Weber hat in seinen für die Entwickelung der Lehre vom Magnetismus und der Elektricität so bedeutungsvollen „Elektrodynamischen Massbestimmungen“ die Theorie des magnetischen Zustandes aufgestellt, dsss jedes Molekül eines paramagnetischen Körpers ein Magnet sei, und dass der Vorgang des Magnetisierens darin bestehe, dass die Molekülaxen aus allen möglichen zufälligen Lagen durch die magnetisierende Kraft in eine Richtung gebracht werden und zwar mit Zunahme der Kraft immer mehr und mehr Moleküle. Hiernach muss ein Maximum der Magnetisierung existieren, nämlich für den Wert der magnetischen Kraft, für welchen alle Moleküle gleichgerichtet sind. Durch den sicheren Nachweis einer solchen Sättigung mit Hilfe der Ewingschen Isthmus-Methode hat diese Webersche Annahme eine wichtige Stütze erhalten. Um das allmähliche Anwachsen der Magnetisierung zu erklären, nahm Weber eine in der Richtung der Molekülaxe wirkende Gegenkraft an, welche nach dem Aufhören der ablenkenden Kraft die Moleküle in die frühere Lage zurückbringe. Da diese Anschauung vom Wesen der magnetischen Induction von der Existenz des residualen Magnetismus keine Rechenschaft geben konnte, so fügte Maxwell[2]) als Ergänzung hinzu, dass die Axe eines magnetischen Moleküls nach Aufhören der ablenkenden Kraft nur so lange in die ursprüngliche Lage zurückkehrt, als die Ablenkung einen gewissen Wert (die Elasticitätsgrenze) nicht überschreitet, dass dagegen nach Überschreitung dieser Grenze dasselbe um einen gewissen Winkel abgelenkt bleibt. Da für diese neue Gleichgewichtslage es wieder eine Elasticitätsgrenze geben muss, so müsste, wenn nun innerhalb dieser durch neue Anwendung magnetisierender Kraft eine Ablenkung erzielt würde, nach Aufhören der Kraft das Molekül in die vorherige Gleichgewichtslage zurückkehren: es könnte also in diesem Falle keine Hysteresis auftreten. Dies widerspricht aber den beobachteten Thatsachen. Ebenso lässt sich gegen die von

[1]) Für den erstgenannten Gegenstand kommt hier vor allem in Betracht: Ewing, Researches in Magnetism. Transact. Roy Soc. Lond. 1885, § 69 ff., für den zweiten Hopkinson, Magnetic and other Physical Properties of Iron at a High Temperature, Phil. Transact. Roy. Loc. Lond. 1889. Ferner sei auch hier auf Ewing, magnetic induction, Kap. 8 und 9 verwiesen, wo man auch weitere umfangreiche Literaturangaben findet.

[2]) Maxwell, loc. cit. § 444 ff.

Anderen[1]) gemachte Annahme eines Reibungswiderstandes, durch welche die Erscheinungen der Hysteresis wohl erklärt werden könnten, geltend machen, dass zur Überwindung dieses Widerstandes eine, wenn auch nur kleine Kraft gehöre, durch die die Bewegung des Moleküls eingeleitet werden müsste, dass also für sehr schwache Kräfte die Susceptibilität Null sein müsste, während sie in Wirklichkeit einen kleinen positiven und anfänglich konstanten Wert hat. Bei allen erwähnten theoretischen Ansichten glaubte man zur Erklärung der magnetischen Erscheinungen einer besonderen mechanischen Molekularkraft zu bedürfen, abgesehen von den Kräften, welche die Moleküle als Magnete ausübten. Ewing hat nun gezeigt[2]), dass es einer solchen arbiträren Molekularkraft gar nicht bedürfe, sondern dass die Wirkungen der Moleküle auf einander und nach aussen hin, insofern als sie Magnete sind, vollkommen zur Erklärung aller Thatsachen des Magnetismus genügen.

Ewing hat ein Magnetmodell konstruirt, bestehend aus einer grossen Anzahl kleiner Magnete, wie in Fig. 8, die auf Spitzen mit geringer Reibung leicht drehbar aufgehängt sind. Dieselben wurden auf einem Brett in bestimmten Mustern angeordnet, um dies Brett herum ein Rahmen gelegt, auf dem eine Spirale von isolirtem Leitungsdraht aufgewickelt war. Wurde durch die Spirale ein Strom gesandt, so befand sich die Gesamtheit dieser kleinen Magnetmolekül-Modelle in einem gleichförmigen magnetischen Felde. Es konnten nun durch Verstärkung oder Schwächung des Stromes alle die Änderungen der magnetisierenden Kräfte, von denen früher gesprochen, hergestellt werden. Ewing hat mit diesem Modell alle bis jetzt bekannten magnetischen Erscheinungen darzustellen vermocht.

Es zeigt sich, dass eine irgendwie gruppierte Anzahl dieser Elementarmagnete, frei von äusserer magnetischer Kraft, eine in jedem Fall immer neue Configuration annimmt, welche unter Voraussetzung einer genügend grossen Zahl der Elemente kein resultierendes magnetisches Moment hat. Doch ist für diese Configuration das Auftreten von Linien aus mehreren Elementarmagneten, die in sich sehr stabil sind, so dass jedes Glied einer Linie durch seine nächsten Nachbaren in dieser Linie beherrscht und von den umliegenden Elementen nur wenig beeinflusst wird, charakteristisch. Solche bei vier in einem Rechteck angeordneten Elementen auftretenden Stabilitätslagen zeigt Fig. 9. Bei geringeren störenden Kräften werden die Elemente nur wenig aus ihren Richtungen in dieser Lage abgelenkt und kehren nach Aufhören der Störung in dieselben zurück. Bei stärkeren Kräften werden die stabilen Gruppen aufgebrochen, die Gruppierung geht durch eine unstabile Lage in eine neue stabile über

Stelle Fig. 10 irgend eine beliebige anfängliche Gruppierung einer grösseren Zahl von Elementarmagneten dar, so lenkt eine kleine Kraft die einzelnen Elemente nur wenig aus ihren Lagen nach der Kraftrichtung hin ab: es zeigt sich eine geringe Magnetisierung, die Susceptibilität hat eine kleine endliche Grösse. Dies entspricht dem Stadium I des früher behandelten Magnetisierungsverlaufes (s. Fig. 4). Nach Aufhören der Kraft kehren alle Elemente in ihre Anfangslagen zurück: es ist also kein residualer Magnetismus, auch keine Hysteresis vorhanden.

Wird die Kraft verstärkt, so werden zunächst die am wenigsten stabilen Gruppen aufgebrochen, dann folgen in raschem Tempo die anderen, die Elemente stellen sich immer mehr und mehr in die Kraftrichtung ein: es zeigt sich ein starkes Anwachsen der Susceptibilität. Am Ende dieses Stadiums II haben die Elemente neue Stabilitätslagen eingenommen, nach Aufhören der Kraft bleiben also dieselben nur wenig von der Kraftrichtung abweichend (Fig. 11): der residuale Magnetismus hat eine bedeutende Grösse.

Bei weiterem Wachsen der Kraft erhalten wir das Stadium III, das in der engeren Annäherung an die Sättigung besteht: immer mehr und mehr Elemente werden in dieselbe Richtung mit H hinein getrieben (Fig. 12). Hierbei bleibt bei der grössten Zahl der Gruppen die Bewegung inner-

[1]) Wiedemann, die Lehre von der Elektricität, Bd. 3, § 784 ff. Hughes, Repertorium der Physik 1884.

[2]) Ewing, Contributions to the Molecular Theory of Induced Magnetism. Proc. Roy. Soc. Lond. 1890, Bd. 48.

halb der Stabilitätsgrenze, so dass nach Aufhören der Kraft ein nur sehr wenig, wenn überhaupt, grösserer residualer Magnetismus sich zeigt, als am Ende von Stadium II.

Die Erklärung des Energieverlustes durch Hysteresis ergiebt sich aus der Theorie ungezwungen: Da eine Stabilitätslage einem Minimum von Energie entspricht, so muss beim Übergang einer Gruppe aus einer stabilen Lage in eine andere durch eine Instabilitätslage hierdurch Energie verbraucht werden. Dieser Process ist mechanisch nicht umkehrbar; die Kräfte sind bei gleicher Ablenkung für die Hin- und die Herbewegung verschieden. Es tritt also eine Zerstreuung von Energie auf. Im Modell setzt die so ausgegebene Energie die kleinen Molekularmagnete in Schwingungen, so dass, wenn zur Dämpfung dieser Schwingungen sie mit Luftflügeln versehen sind, Luftströmungen erzeugt werden. So erzeugt im wirklichen Körper die Energie, welche ein Molekularmagnet beim Hindurchgang durch eine Instabilitätslage verliert, Wirbelströme in der umgebenden Materie, deren Resultat als Wärme zu Tage tritt.

Wir sehen, dass die Ewingsche Theorie wohl im Stande ist, diese hier besonders behandelten Erscheinungen in ungezwungener Weise zu erklären; wie sie auch zur Erklärung der anderen hier nur kurz erwähnten Thatsachen dienen kann, mag aus der vorhin angeführten Ewingschen Originalabhandlung und seinem neuesten Werk über magnetische Induction ersehen werden.

Hat man die Errungenschaften einer erfolgreichen wissenschaftlichen Epoche Revue passieren lassen, so ist es wohl angebracht, zu fragen: Welche Fragen bleiben noch unbeantwortet? In welchem Verhältnis steht das Erreichte zu dem Fehlenden? Da müssen wir uns nun sagen, dass die magnetische Forschung zwar schon manches erreicht hat, dass aber noch grössere, als die erreichten Ziele für sie übrig bleiben. Sehen wir von dem immens wichtigen noch ungelösten Problem des Erdmagnetismus ab, so treten vor allem folgende Fragen auf: Auch wenn wir als sicheres Ergebnis der Forschung annehmen könnten, dass die Moleküle der magnetischen Körper magnetische Polarität zeigen, was ist dann das Wesen dieser magnetischen Polarität der Moleküle? Die Ampèresche Theorie ist doch nicht imstande, eine befriedigende Erklärung hiervon zu geben, sie verlegt vielmehr nur die Schwierigkeit auf ein Feld, das der Phantasie mehr, als der exacten Forschung Platz bietet. Eine weitere wichtige Frage ist die: Warum zeigen wenige Körper die Eigenschaft des Magnetismus, während alle anderen sich entgegengesetzt verhalten? Es kommt dem wissenschaftlichen Sinn schwer an, zu glauben, dass hier eine Discontinuität in der Natur vorliegt. Aus dieser Erwägung hervorgehend, sind auch schon verschiedene Versuche gemacht, den sog. Diamagnetismus als mit dem Magnetismus identisch und die sog. diamagnetischen Erscheinungen nur als durch eine Art von Differenzwirkung hervorgebracht zu erklären[1]). Doch würde eine solche Erklärung erst dann den nöthigen Rückhalt in den Thatsachen erhalten, wenn es gelänge, auf irgend einem Wege für irgend einen physikalischen Zustand eines diamagnetischen Körpers direkt magnetische Eigenschaften nachzuweisen. Ist dies auch noch nicht gelungen, so scheint doch ein Fingerzeig für den Weg, auf welchem hier vielleicht etwas zu erreichen wäre, in einem ganz vor kurzem bekannt gewordenen von Dewar angestellten Versuch[2]) zu liegen; derselbe hat nämlich nachgewiesen, dass, während der gasförmige Sauerstoff bekanntlich ein sehr schwach magnetischer Körper ist, der flüssige Sauerstoff im Zustande des Siedens an der Luft, bei — 181^0, eine sehr starke Magnetisierung zeigt. Vielleicht gelingt es, auf diesem Wege, vorausgesetzt dass die gasförmigen sog. Diamagnetika überhaupt magnetische Susceptibilität haben, dieselbe so zu vergrössern, dass die ihre magnetischen Eigenschaften verschleiernden Differenzwirkungen der Luft resp. des Äthers so weit zurückgedrängt werden, dass der magnetische Zustand des sog. Diamagnetikums zu Tage tritt. Diese wie manche andere Frage bleibt der Zukunft der magnetischen Forschung vorbehalten.

---

[1]) Mascart und Joubert, loc. cit. § 382.

[2]) Proc. Roy. Soc. Lond. 1892. Vol. 50. No. 304.

Fig. 1.

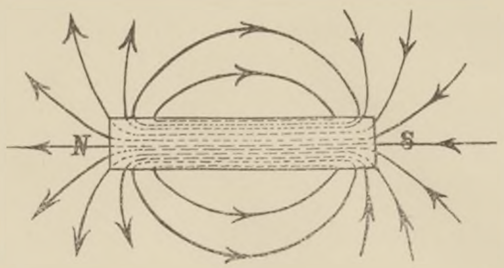


Fig 2

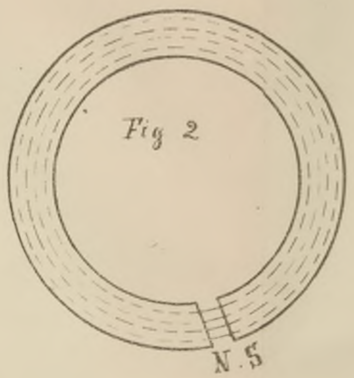


Fig. 3.



Fig. 4.

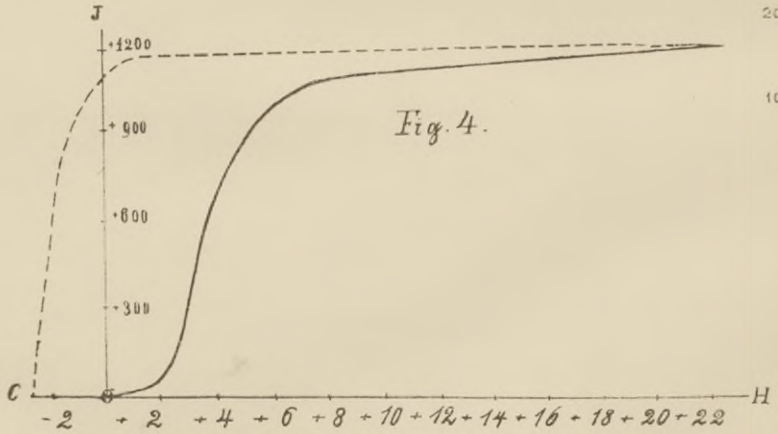


Fig. 5.

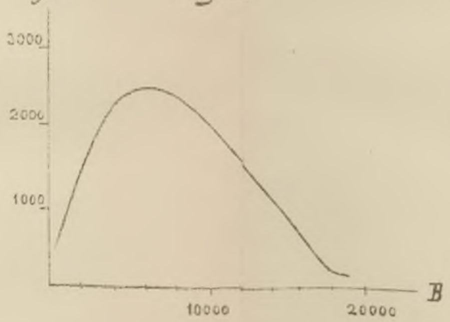


Fig. 6.

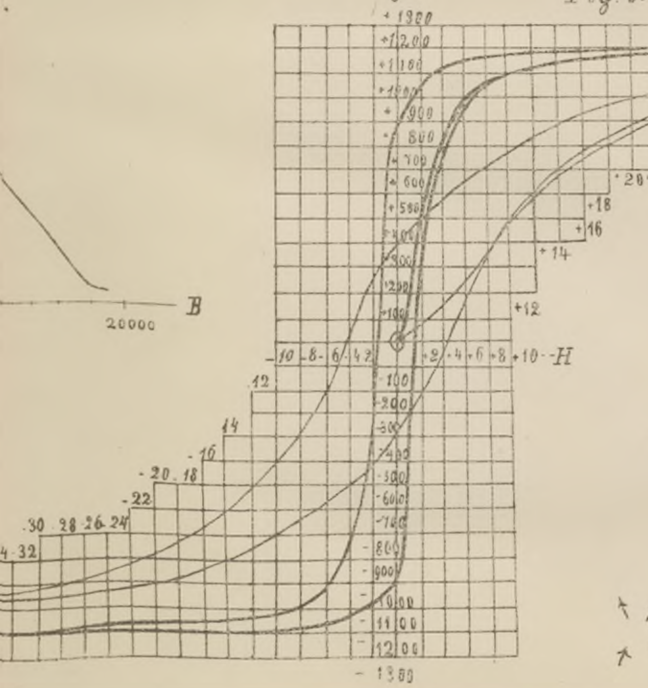


Fig. 8

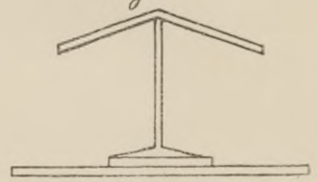


Fig. 9.

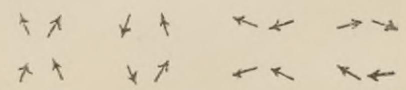


Fig. 7.

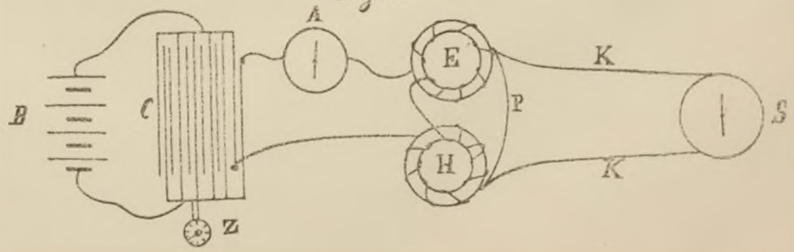


Fig. 10.

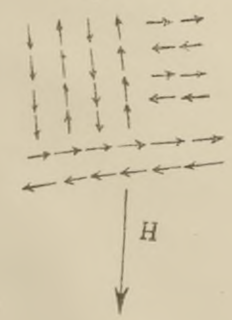


Fig. 11.

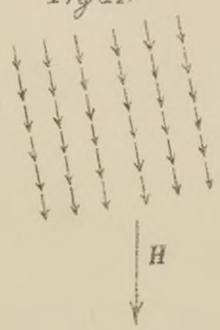


Fig. 12.

